

## پهنه بندی و تحلیل فضایی بارش اقلیمی ایران

امیر کاوسی<sup>\*۱</sup>، محمد رضا مشکانی<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی دکتری آمار دانشکده علوم پایه، دانشگاه تربیت مدرس

۲- استاد آمار دانشکده شهید بهشتی

تاریخ دریافت: ۸۴/۰۹/۲۰ تاریخ تصویب: ۸۵/۰۷/۱۹

### چکیده

استفاده از تکنیک‌ها و فنون آماری امروزه به طور گسترده‌ای مورد توجه محققان علوم کاربردی، به ویژه علم هواشناسی برای پیش بینی و شناسایی رفتار جوّی مانند بارندگی، رطوبت، دما و غیره قرار گرفته است. در این مقاله ضمن ارائه کاربرد روش‌های نوین آمار مانند پیش بینی فضایی کریگیدن، هم کریگیدن و عکس فاصله موزون در هواشناسی، پیش بینی میزان ریزش باران برای کل نقشه ایران انجام گرفته و پهنه بندی بارش برای کشور تهیه شده است. در این تحلیل داده‌های میانگین بارش اقلیمی ایستگاه‌های هواشناسی از بدو تأسیس تا سال ۱۳۸۳ بکار برده شده است. نتایج حاصل از تحلیل اعتبارسنجی متقابل حاکی از آن است که پیش بینی حاصل از هم کریگیدن بهتر از کریگیدن و روش کریگیدن بهتر از عکس فاصله موزون است.

**واژه های کلیدی:** پیش بینی فضایی- کریگیدن- هم کریگیدن- عکس فاصله موزون- بارش اقلیمی- ایران

روش‌های زمین آمار به دلیل استفاده از همبستگی فضایی بین داده‌ها که عموماً توسط تابع تغییرنگار مدل بندی می شود از دقت بالایی نسبت به سایر روش‌ها به ویژه روش تاپسن برخوردار است. همچنین در روش‌های کریگیدن واریانس پیش بینی در هر نقطه نیز ارائه می‌شود که این یکی از ویژگی‌های منحصر به فرد روش کریگیدن است.

هدف این مقاله تهیه نقشه سطح تراز ریزش باران برای کشور ایران است که از سه روش کریگیدن (نوعی درون‌یابی آماری)، هم کریگیدن (نوعی درون‌یابی آماری متغیر وابسته به کمک برخی متغیرهای مستقل) و عکس فاصله موزون استفاده شده است. این روش‌ها نیز از لحاظ دقت پیش بینی مقایسه شده اند.

افراد مختلفی مانند مشکانی و رکن‌الساداتی (Pardo, 1998) از روش‌های زمین آمار برای پیشگیری مقذور ریزش باران استفاده کرده اند. داده‌های مورد بررسی، مقدار میانگین بارش اقلیمی و ارتفاع مربوط به ۱۳۳ ایستگاه هواشناسی سازمان هواشناسی کشور ایران است. برای هر ایستگاه میانگین بارش سالانه بر حسب میلیمتر و ارتفاع آن از سطح دریا بر حسب متر و طول و عرض جغرافیایی آن بر حسب درجه ثبت شده است.

### سرآغاز

در همان زمانی که زمین‌آمار<sup>۱</sup> در مهندسی معدن در فرانسه توسط ماترون در حال گسترش بود، ایده‌های مشابهی در پیش بینی به عنوان تحلیل عینی توسط گاندین در هوا شناسی ارائه شد. گاندین عبارت درون‌یابی پهنه را به جای کریگیدن به کاربرد (Cressie, 1993). در این مقاله از داده‌های مربوط به مقدار میانگین بارش اقلیمی استفاده شده است. این میانگین از متوسط‌های سالانه متغیر در طول تمام سالهایی است که مقدار بارش در ایستگاه مورد نظر ثبت شده. اغلب میانگین‌ها متوسط ۳۰ ساله مقدار ریزش باران در ایستگاه‌های هواشناسی اند. این میانگین فقط در ایستگاه‌های هواشناسی معلوم است. برای پیش‌بینی مقدار بارش اقلیمی در مکان‌های دیگر انواع روش‌های زمین آمار مانند کریگیدن<sup>۲</sup>، هم کریگیدن<sup>۳</sup>، عکس فاصله موزون<sup>۴</sup> و غیره ارائه شده اند. روش معمول پیش‌بینی فضایی در اقلیم شناسی برای مدت نیم قرن روش چند ضلعی‌های تاپسن<sup>۵</sup> بود تا اینکه ماترون در اواسط سال ۱۹۶۰ مبنای زمین‌آمار را بنا نهاد (Matheron, 1963) و زمین آمار به سرعت در پیش‌بینی متغیرهای محیطی، بخصوص در اقلیم شناسی توسعه پیدا کرد.

## روش‌های بررسی

تحلیل اکتشافی داده‌ها<sup>۶</sup>

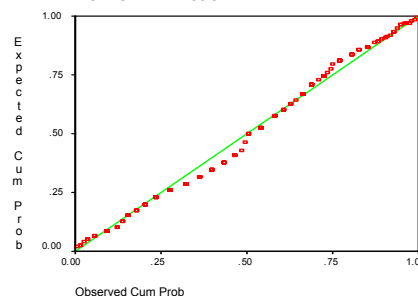
در تحلیل داده‌های فضایی، به ویژه در انواع کریگیدن، مفروضات بنیادی مانند نرمال بودن، مانایی در میانگین (ثابت بودن میانگین)، همسانگردی<sup>۷</sup> و همچنین وجود داده‌های پرت (ناهمخوان با سایر داده‌ها) باید مورد بررسی قرار گیرند. زیرا تحلیل مذکور بر پایه این مفروضات بنا نهاده شده است. در این قسمت به بررسی این مفروضات می‌پردازیم. پس از بررسی نرمال بودن داده‌ها با استفاده از نمودار احتمال نرمال (Madansky, 1988)، ملاحظه شد که میانگین بارش اقلیمی و ارتفاع دارای توزیع نرمال نیستند، بنابراین با تبدیل باکس کاکس<sup>۸</sup> (Madansky, 1988) آنها را نرمال کردیم. در تبدیل باکس-

$$y = \frac{x^{\lambda} - 1}{\lambda}, x > 0$$

کاکس، یعنی

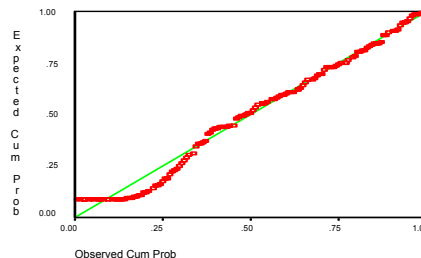
داده‌های بارش اقلیمی با  $\lambda = 0.1$  و ارتفاع با  $\lambda = 1.5$  نرمال شدند. این مقادیر با چند بار انتخاب و آزمون نرمال با آماره شاپیرو-ویلک<sup>۹</sup> (Matheron, 1963) و نمودار احتمال نرمال (شکل‌های شماره ۱ و ۲) به دست آمدند. در فرمول فوق  $X$  متغیر اولیه و  $\lambda$  مقداری است که به گونه‌ای انتخاب می‌شود که متغیر تبدیل یافته  $Y$  نرمال باشد. در ادامه متغیر بارش تبدیل یافته و ارتفاع تبدیل یافته را به ترتیب با  $TRP$  و  $THA$  نمایش می‌دهیم.

Normal P-P Plot of TRP



شکل شماره (۱): نمودار احتمال نرمال TRP

Normal P-P Plot of THA

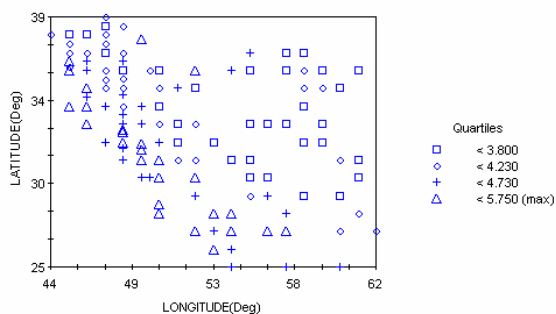


شکل شماره (۲): نمودار احتمال نرمال THA

(شکل شماره ۳) موقعیت جغرافیایی ایستگاه‌ها (نمونه‌ها) را به همراه مقادیر چارک‌های مقدار بارش ( $TRP$ ) نمایش می‌دهد. از این شکل می‌توان به بررسی وجود داده‌های پرت در همسایگی‌ها پرداخت. با توجه به این شکل داده پرتی مشاهده نمی‌شود. برای این منظور از نمودار دیگری به نام ابر تغییرنگار<sup>۱۰</sup> نیز استفاده می‌شود.

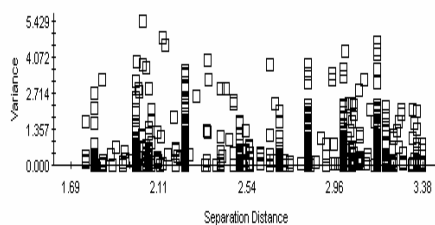
شکل شماره (۴) نمودار ابر تغییرنگار متغیر  $TRP$  و شکل شماره (۵) ابر تغییرنگار متغیر  $THA$  را نمایش می‌دهد. با توجه به اینکه در هر دو نمودار تقریباً داده‌ها در یک نوار موازی افقی قرار دارند می‌توان نتیجه گرفت که در این دو مجموعه از داده‌ها عددی پرت در همسایگی‌ها وجود ندارد.

شایان ذکر است که ماهیت داده‌های پرت در داده‌های فضایی از دو نوع است. نوع اول مانند داده پرت در آمار کلاسیک است، که به کمک یکی از روش‌های معمول مانند نمودار جعبه‌ای (Madansky, 1988) می‌توان آن را شناسایی کرد. نوع دوم داده پرت در همسایگی یک موقعیت است. این نوع داده پرت در یک همسایگی ممکن است پرت باشد، ولی در کل مجموعه داده‌ها ممکن است پرت نباشند.



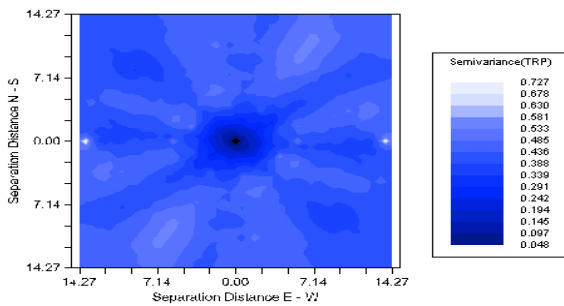
شکل شماره (۳): نکاشت داده‌های TRP

Variance Cloud (TRP)

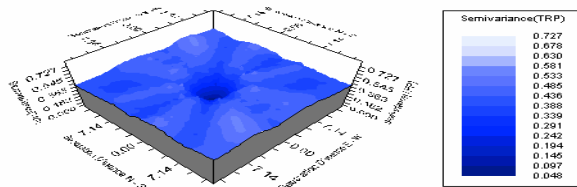


شکل شماره (۴): ابر تغییرنگار TRP

برای بررسی همسانگردی از روش تغییرنگار استفاده کرده‌ایم. این روش نمودار تغییرنگار (ابزاری برای مدل‌بندی ساختار همبستگی فضایی) را در تمام جهات جغرافیایی در یک دستگاه مختصات نمایش می‌دهد. به منظور مقایسه تغییرنگارها در تمام جهات، روش مذکور بر صفحه مختصات  $(x, y)$  تصویر شده است. (شکل‌های شماره ۸ و ۹). با توجه به این شکل‌ها چون روش تغییرنگار در تمام جهات تقریباً یکسان است پس همسانگردی برقرار است. همسانگردی بدین معنی است که ساختار همبستگی که با تغییرنگار بیان می‌شود در تمام جهات یکسان است. در این حالت با یک مدل تغییرنگار همسانگرد در تمام جهات می‌توان کریگیدن و هم کریگیدن انجام داد.



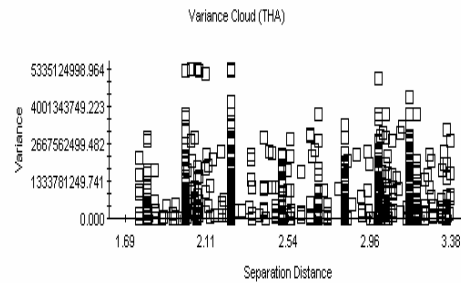
شکل شماره (۸): روش دوبعدی تغییرنگار TRP



شکل شماره (۹): روش سه بعدی تغییرنگار TRP

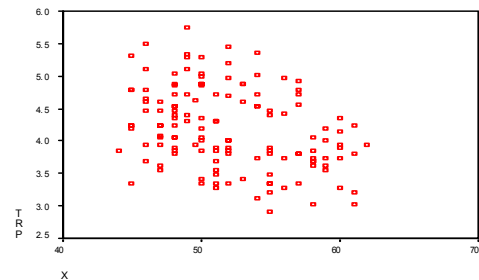
### مدل بندی آماری

اجزای اصلی داده‌های فضایی مکان‌ها، یا موقعیت‌های فضایی مانند  $t_1, \dots, t_n$  هستند. اگر  $Z(\cdot)$  متغیر مورد بررسی باشد، داده‌های مشاهده شده در آن مکان‌ها هستند. معمولاً یک میدان تصادفی به عنوان مدل آماری برای داده‌های فضایی در نظر گرفته می‌شود. میدان تصادفی، مجموعه‌ای از متغیرهای



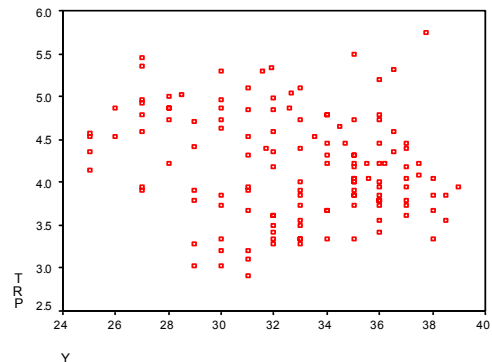
شکل شماره (۵): ابر تغییرنگار THA

برای بررسی وجود روند در داده‌ها، نمودار مقدار بارش تبدیل یافته را یک بار بر حسب طول جغرافیایی ( $x$ ) و بار دیگر بر حسب عرض جغرافیایی ( $y$ ) جداگانه رسم می‌کنیم، با توجه به (شکل‌های شماره ۶ و ۷) روند خاصی در مشاهدات دیده نمی‌شود، پس می‌توان مانایی در میانگین را پذیرفت.



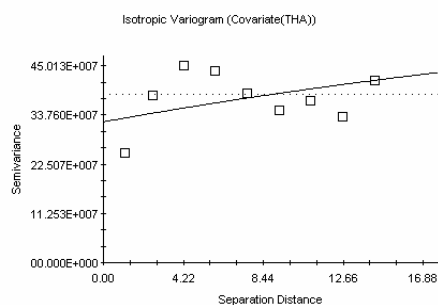
شکل شماره (۶): نمودار داده‌های بارش در امتداد طول

### جغرافیایی

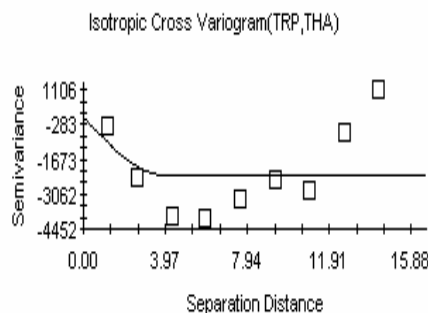


شکل شماره (۷): نمودار داده‌های بارش در امتداد عرض

### جغرافیایی



شکل شماره (۱۱): تغییرنگار نمایی THA



شکل شماره (۱۲): تغییرنگار متقابل گروهی برای متغیر TRP

THA

فرمول مدل های تغییرنگار و تغییرنگار متقابل فوق به صورت زیرند:

$$\gamma_{TRP} = \begin{cases} 0.065 + 0.35\left(\frac{h}{6.08} - 0.5\left(\frac{h}{6.08}\right)^3\right), & h < 6.08 \\ 0.1415, & h > 6.08 \end{cases}$$

$$\gamma_{THA} = 32200000 + 322100000(1 - \exp\left(\frac{-h}{41}\right))$$

$$\gamma_{TRP,THA} = \begin{cases} -1 - 2313\left(\frac{h}{3.98} - 0.5\left(\frac{h}{3.98}\right)^3\right), & h < 3.98 \\ 0.1415, & h > 3.98 \end{cases}$$

### ارزیابی اعتبار مدل ها

معمولاً از ابزار اعتبارسنجی متقابل<sup>۱۲</sup> برای بررسی خوبی برآورد مشخصه ها و پیش بینی و همچنین انتخاب مدل مناسب داده ها و کشف داده های پرت استفاده می شود. ایده اصلی، حذف داده و استفاده از دیگر داده ها برای پیش بینی داده حذف شده است. سپس خطای پیش بینی را می توان از اختلاف مقادیر پیش بینی شده با مقادیر اصلی بررسی و مدل های آماری مورد نظر را به وسیله این خطا ارزیابی کرد (Stone, 1974; Geiser, 1975).

تصادفی مانند  $\{Z(t), t \in D\}$  است که در آن مجموعه اندیس گذار  $D$  یک زیر مجموعه از فضای اقلیدسی  $d \geq 1$  بعدی  $R^d$  است. میانگین و تغییرنگار برای این میدان به صورت:

$$E(Z(t)) = \mu(t), t \in D$$

$$2\gamma(t_1, t_2) = \text{Var}(Z(t_1) - Z(t_2))$$

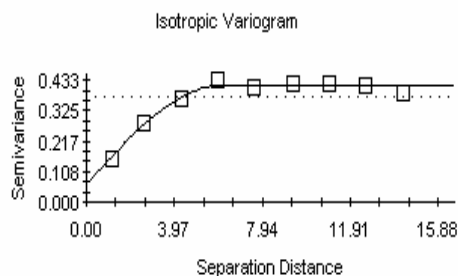
و برای دو متغیر  $Z_i$  و  $Z_j$  تغییرنگار متقابل به صورت:

$$2\gamma_{ij}(t_1, t_2) = E[(Z_i(t_1) - Z_i(t_2))(Z_j(t_1) - Z_j(t_2))]$$

تعریف می شود. که با فرض ایستای ذاتی (یعنی میانگین متغیر در هر موقعیت مقدار ثابت و واریانس اختلاف متغیر در دو موقعیت به فاصله  $h$  فقط تابعی از فاصله  $h$  باشد) میانگین، تغییرنگار و تغییرنگار متقابل به ترتیب  $\mu(t) = \mu$ ،  $2\gamma(t_1, t_2) = 2\gamma(h)$  و  $2\gamma_{ij}(t_1, t_2) = 2\gamma_{ij}(h)$  می باشند که در آن  $h = t_1 - t_2$  بردار فاصله است. هر میدان تصادفی  $Z(t)$  را می توان به صورت

$$Z(t) = \mu(t) + \delta(t), t \in D \quad (۱)$$

تجزیه کرد که در آن  $\mu(\cdot)$  روند و  $\delta(\cdot)$  خطای تصادفی میدان است. تغییرنگار و تغییرنگار متقابل تجربی<sup>۱۱</sup> برای متغیرهای مورد بررسی، یعنی THA و TRP با استفاده از نرم افزار  $GS^+$  به صورت (شکل های شماره ۱۰، ۱۱ و ۱۲) محاسبه شده اند. با توجه به اعتبارسنجی متقابل یعنی RSS کوچک بین مدل های مختلف نظری، مدل گروهی برای تغییرنگار TRP و مدل نمایی برای تغییرنگار THA و مدل گروهی برای تغییرنگار متقابل THA و TRP انتخاب شدند که مشخصه های این مدل ها با روش کمترین توانهای دوم وزنی به دست آمده اند.



شکل شماره (۱۰): تغییرنگار گروهی TRP

تغییرنگار  $\gamma(h)$  باشد. واریانس خطای پیش بینی  $\sigma_E^2$  برابر واریانس ترکیب خطی

$$\hat{Z}(t_0) - Z(t_0) = \sum_{i=1}^n w_i Z(t_i) - Z(t_0) = \sum_{i=0}^n w_i Z(t_i)$$

است با  $w_0 = -1$  و  $\sum_{i=0}^n w_i = 0$ . پس از این شرط که مجموع وزن‌ها از ۱ تا  $n$  برابر یک باشد نتیجه می‌شود که استفاده از تغییرنگار برای محاسبه خطای پیش بینی جایز است. در نتیجه واریانس خطای پیش بینی عبارت است از:

$$\sigma_E^2 = E\{(Z(t_0) - \hat{Z}(t_0))^2\} \\ = -\gamma(t_0 - t_0) - \sum_i \sum_j w_i w_j \gamma(t_i - t_j) + 2 \sum_i w_i \gamma(t_i - t_0)$$

از کمینه کردن عبارت فوق با رعایت قید دستگاه  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$  کریگیدن معمولی (ok) به صورت  $\Gamma_0 w_0 = \gamma_0$  به دست می‌آید که در آن

$$\gamma_0 = (\gamma(t_0 - t_1), \dots, \gamma(t_0 - t_n), 1)^T \\ w_0 = (w_1, \dots, w_n, m)^T \\ \Gamma_0 = \begin{bmatrix} \gamma(t_1 - t_1) & \dots & \gamma(t_1 - t_n) & 1 \\ \gamma(t_2 - t_1) & \ddots & \gamma(t_2 - t_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(t_n - t_1) & \dots & \gamma(t_n - t_n) & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$m$  ضریب لاگرانژ و  $\Gamma_0$  یک ماتریس متقارن  $(n+1) \times (n+1)$  است. در آخر با استفاده از دستگاه کریگیدن معمولی، وزن‌ها و ضریب لاگرانژ که شرط ناریبی را تضمین می‌کنند به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$w^T = (\gamma + 1 \frac{(1 - 1^T \Gamma^{-1} \gamma)}{1^T \Gamma^{-1} 1})^T \Gamma^{-1} \\ m = - \frac{(1 - 1^T \Gamma^{-1} \gamma)}{1^T \Gamma^{-1} 1} \\ \gamma = (\gamma(t_0 - t_1), \dots, \gamma(t_0 - t_n))^T$$

در این مقاله از این ابزار برای مقایسه سه روش پیش‌بینی کننده کریگیدن، هم کریگیدن و عکس فاصله موزون و همچنین گزینش مدل‌های مختلف تغییرنگار و تغییرنگار متقابل استفاده کرده‌ایم. برای این منظور با هر روش به طور جداگانه یک مشاهده را از مجموع داده‌ها حذف و توسط روش پیش‌بینی کننده، آن داده حذف شده را پیش‌بینی می‌کنیم و این عمل را در مورد تمام مشاهدات انجام می‌دهیم به این ترتیب برای هر موقعیت یک مشاهده واقعی و یک داده پیش‌بینی شده داریم. در صورتی که پیش‌بینی کننده خوب عمل کند تفاوت بین این دو مقدار باید ناچیز باشد.

رگرسیون خطی بین این دو مجموعه از داده‌ها (داده‌های واقعی و پیش‌بینی شده) می‌تواند بیشتر در این مورد مفید باشد. اگر خط رگرسیون بخوبی برازش یابد و ضریب زاویه خط تقریباً برابر ۱ و خط از نیمساز مختصات بگذرد، می‌توان نتیجه گرفت که روش پیش‌بینی کننده بدرستی پیش‌بینی می‌کند. از دو مقدار کمی ضریب تعیین  $R^2$  و خطای استاندارد پیش‌بینی  $SEP$  نیز می‌توان استفاده کرد. در این حالت  $R^2$  توان دوم ضریب همبستگی بین داده‌های واقعی و داده‌های پیش‌بینی شده و  $SEP$  برابر  $SD \times \sqrt{1 - R^2}$  است که در آن  $SD$  انحراف معیار داده‌های واقعی است. شایان ذکر است که اعتبارسنجی متقابل به صورت فوق ثابت نمی‌کند که مدل برازنده شده کاملاً درست، یا کاملاً نادرست است. حال، سه روش پیش‌بینی کننده کریگیدن، هم کریگیدن و عکس فاصله موزون را به اجمال توضیح می‌دهیم.

### کریگیدن معمولی

کریگیدن معمولی پر مصرف‌ترین روش کریگیدن است که برای پیش‌بینی متغیر در موقعیتی از ناحیه که در آن تغییرنگار معلوم است، با استفاده از داده‌هایی در همسایگی مکان مورد نظر استفاده می‌شود. در کریگیدن معمولی پیش‌بینی مقدار متغیر  $Z(\cdot)$  در نقطه  $t_0$  با استفاده از  $n$  مشاهده همسایه توسط ترکیب خطی زیر با وزن‌های  $w_i$  انجام می‌گیرد. (Cressie, 1993; Wackernagel, 1998)

$$\hat{P}(Z; t_0) = \hat{Z}(t_0) = \sum_{i=1}^n w_i Z(t_i)$$

کریگیدن معمولی روی مدل (۱) با فرض  $\mu(t) = \mu$  صورت می‌گیرد، که در آن  $\mu$  مقداری ثابت و نامعلوم است. قید برابر بودن مجموع وزن‌ها با یک، برای تضمین ناریبی بودن پیش‌بینی لازم است. فرض می‌کنیم داده‌ها بخشی از مشاهدات یک تابع تصادفی با

$$\sigma_{ck}^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_k} w_{ji} \gamma_{il} (t_j - t_0) - \gamma_{1l} (t_0 - t_0) + m_l$$

به دست

می‌آید (Wackernagel, 1998)

### عکس فاصله موزون

این روش ساده‌ترین پیش‌بینی کننده در داده های فضایی است.

و فرمول بندی ساده ای دارد. در این روش در پیش بینی  $Z(\cdot)$  در

نقطه  $t_0$  به داده هایی که فاصله کم با  $t_0$  دارند وزن زیاد و داده هایی

که فاصله زیاد دارند وزن کم داده می شود. روش عکس فاصله موزون

مقدار  $Z(\cdot)$  را در نقطه  $t_0$  به صورت

$$\hat{Z}(t_0) = \frac{\sum_i \left( \frac{Z(t_i)}{(h_{i0} - s)^p} \right)}{\sum_i \left( \frac{1}{(h_{i0} - s)^p} \right)}, \quad i = 1, \dots, n$$

پیش بینی می کند. که در آن  $h_{i0}$  فاصله بین دو موقعیت  $t_0$

و  $s$ ,  $t_i$  ضریب همواری و  $P$  توان وزن است. معمولاً  $P$  مقادیری را

بین 1 تا 5 اختیار می کند

اگر  $h_{i0}$  (فاصله بین  $t_0$  و  $t_i$ ) کوچک باشد وزن بیشتری به

$Z(t_i)$  در پیش بینی  $Z(t_0)$  داده می شود (مقدار  $P$  بزرگ انتخاب

می شود). در غیر این صورت  $P$  کوچک انتخاب می شود. ضریب  $s$

تأثیر نقاط اوج را روی پیشگو کاهش می دهد. در تحقیق ما با بررسی

اعتبار سنجی متقابل  $s = 0$  و  $P = 2$  اختیار شده است.

پهنه بندی مقدار ریزش باران برای سطح کل کشور، به ترتیب به

روش کریگیدن، هم کریگیدن و عکس فاصله موزون در (شکل های

شماره ۱۴، ۱۳ و ۱۵) نشان داده شده است. هر رنگ روی نقشه، نمایش

نقاطی از کشور است که دارای مقدار ریزش باران یکسان هستند.

راهنمای هر رنگ در کنار سمت راست نمودارها میزان ریزش باران را

نشان می دهد. توجه کنید که مقادیر پیش بینی ریزش باران بر حسب

میلیمتر روی نقشه‌ها (شکل های ۱۳، ۱۴ و ۱۵)، مقادیر عکس تبدیل

هستند. (شکل های شماره ۱۶ و ۱۷) پهنه بندی انحراف معیار (دقت)

پیش بینی مقدار ریزش باران را برای سطح کل کشور، به ترتیب به

روش کریگیدن و هم کریگیدن نمایش می دهد. توجه شود که پهنه

بندی انحراف معیار برای روش عکس فاصله موزون قابل محاسبه

نیست.

که در آن  $\Gamma$  یک ماتریس  $n \times n$  با عنصر  $(i, j)$  ام  $\gamma(t_i - t_j)$

است. کمینه واریانس خطای پیش بینی که آن را واریانس کریگی نیز

می نامیم برابر است با

$$\sigma_{ok}^2(t_0) = \sum_{i=1}^n w_i \gamma(t_0 - t_i) + m = \gamma^T \Gamma^{-1} \gamma - \frac{(\Gamma^T \Gamma^{-1} \gamma - 1)^2}{1^T \Gamma^{-1} 1}$$

### هم کریگیدن معمولی

پیش بینی کننده هم کریگیدن معمولی ترکیب خطی از وزن های

$w_{ji}$  است. با داده هایی از متغیرهای مختلف که در نقاط نمونه ای در

همسایگی  $t_0$  قرار دارند هر متغیر بر اساس مجموعه ای از نمونه

هایی با حجم  $n_i$  به صورت پیش بینی کننده

$$\hat{Z}_1(t_0) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} w_{ji} Z_i(t_j)$$

تعریف می شود، که در آن

اندیس ۱ در این پیش بینی اشاره به متغیر اول از مجموعه  $N$  متغیر

دارد و آن را می توان از ۱ تا  $N$  تغییر داد. در اینجا هم کریگیدن برای

متغیر اول شرح داده می شود. در چارچوب فرض ذاتی می خواهیم

مقداری خاص از مجموعه  $N$  متغیر را بر اساس فرض ناریبی پیش

بینی کنیم. این شرط با انتخاب وزن هایی که مجموعشان برای متغیر

مورد نظر برابر 1 و برای متغیرهای کمکی برابر صفر باشد به دست

می آید. یعنی:

$$\sum_{j=1}^{n_i} w_{ij} = \delta_{il} = \begin{cases} 1, & i = 1 \\ 0, & o.w \end{cases}$$

اگر شرط فوق را روی میانگین پیش بینی به کار گیریم ناریبی پیشگو

حاصل می شود. همچنین واریانس خطای پیش بینی عبارت است از:

$$\sigma_E^2 = E \left\{ \left( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} w_{ij} Z_i(t_j) - Z_1(t_0) \right)^2 \right\}$$

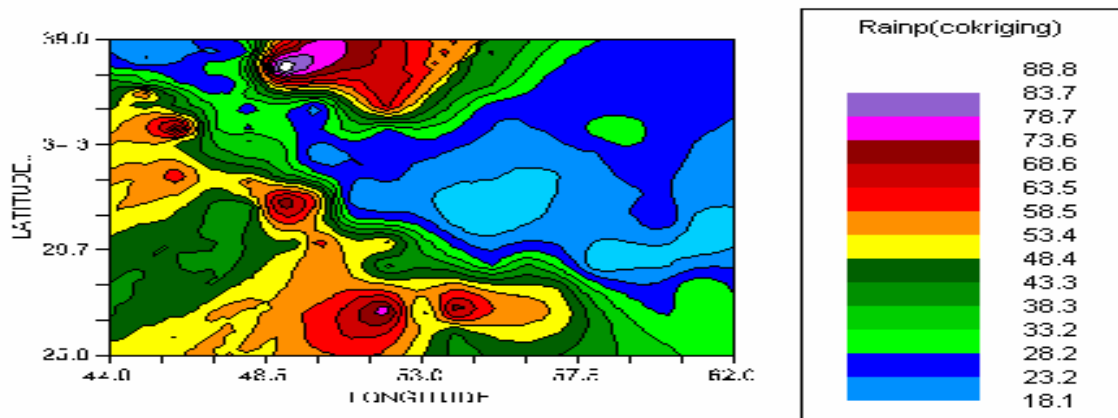
که با مقداری ساده سازی و سپس کمینه کردن آن نسبت به وزن ها

با در نظر گرفتن شرط ناریبی دستگاه معادلات هم کریگیدن عادی به

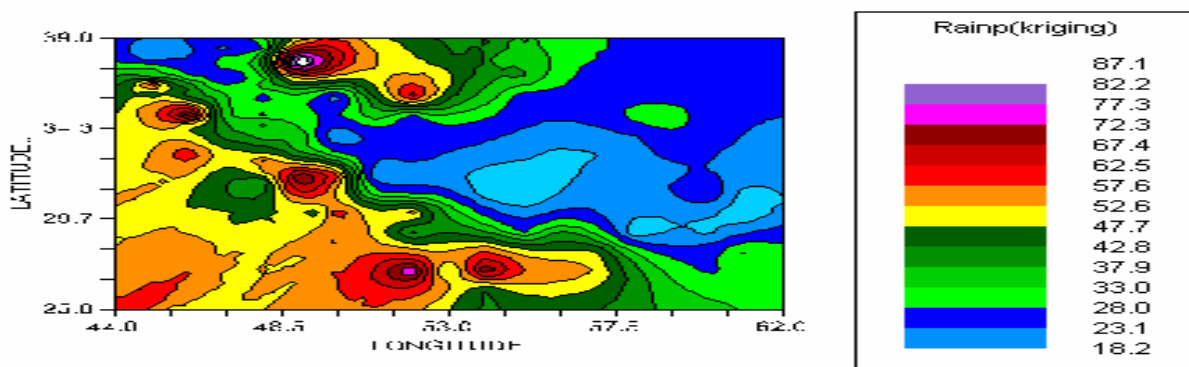
صورت زیر حاصل می شود:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^{n_k} w_{lk} \gamma_{kl} (t_j - t_l) + m_i = \gamma_{il} (t_j - t_0), & i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, n_i \\ \sum_{l=1}^{n_i} w_{li} = \delta_{il}, & i = 1, \dots, N \end{cases}$$

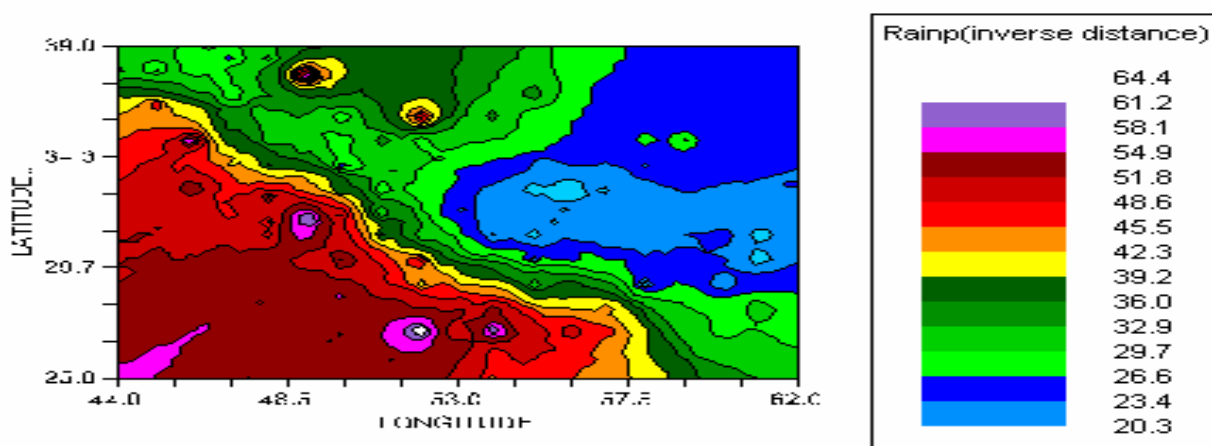
و همچنین واریانس هم کریگیدن به صورت



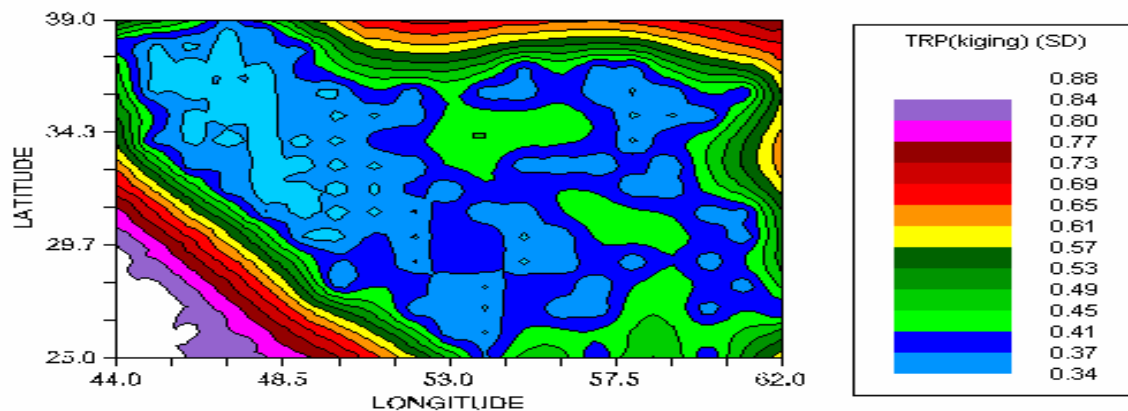
شکل شماره (۱۳): خطوط همتراز پیش بینی به روش هم کریگیدن



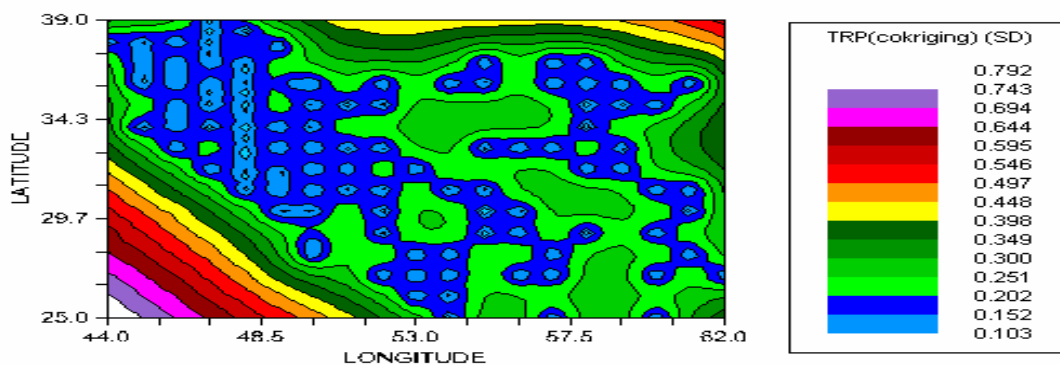
شکل شماره (۱۴): خطوط همتراز پیش بینی به روش کریگیدن



شکل شماره (۱۵): خطوط همتراز پیش بینی به روش عکس فاصله موزون



شکل شماره (۱۶): خطوط همتراز انحراف معیار کریگیدن



شکل شماره (۱۷): خطوط همتراز انحراف معیار هم کریگیدن

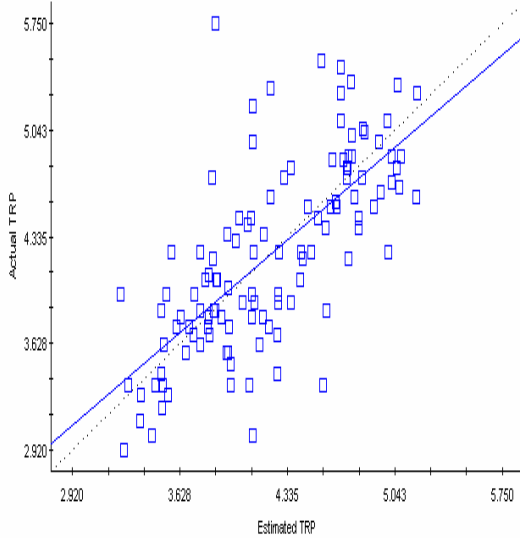
نمودارهای اعتبارسنجی متقابل (شکل های شماره ۱۹، ۲۰ و ۲۱) می توان برتری روش هم کریگیدن را نسبت به کریگیدن و کریگیدن را نسبت به عکس فاصله موزون نتیجه گرفت. در تفسیر نمودارهای اعتبار سنجی می توان گفت که در نمودار شماره ۱۹) مربوط به هم کریگیدن، خط رگرسیون از نیمساز ربع اول با ضریب زاویه یک گذشته است، ولی در نمودار شماره ۲۰) مربوط به کریگیدن و (نمودار شماره ۲۱) مربوط به عکس فاصله موزون، خط

### بحث و نتیجه گیری

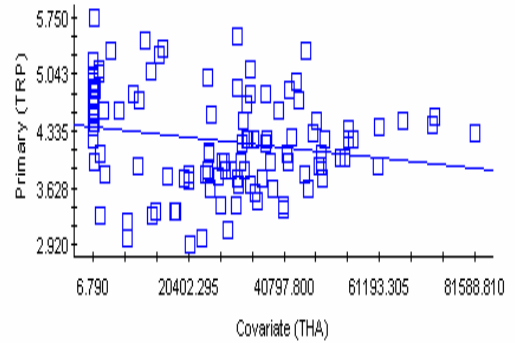
خطوط همتراز پیش بینی میزان بارش به روش هم کریگیدن، کریگیدن و عکس فاصله موزون به ترتیب در شکل های شماره (۱۳، ۱۴ و ۱۵) نشان داده شده است. شکل های شماره (۱۶ و ۱۷) خطوط همتراز انحراف معیار کریگیدن و هم کریگیدن را نمایش می دهد. با توجه به خطای معیار پیش بینی هم کریگیدن، کریگیدن و عکس فاصله موزون که به ترتیب برابر  $0/082$ ،  $0/087$  و  $0/105$  هستند و همچنین با مشاهده



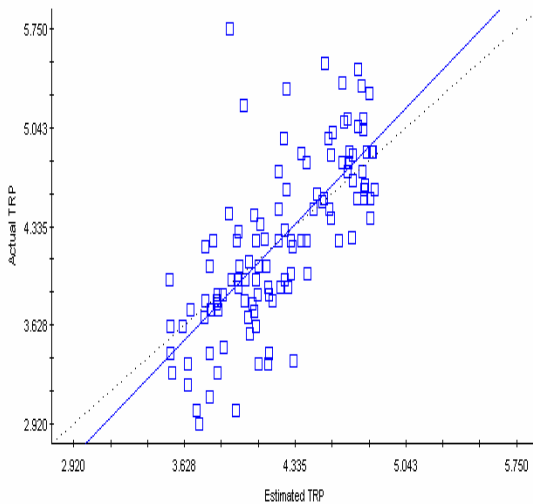
رگرسیون با خط فرضی که دقیقاً از نیمساز ربع اول با شیب یک می-گذرد (خط فرضی با نقطه چین مشخص شده است)، فاصله دارند. شایان ذکر است، چون بین دو متغیر  $TRP$  (متغیر وابسته) و  $THA$  (متغیر کمکی) با توجه به خط رگرسیون (شکل شماره ۱۸) ارتباط ضعیفی وجود دارد ( $R^2 = 0.038$ )، در عمل تفاوت زیادی در دقت هم کریگیدن و کریگیدن دیده نمی‌شود.



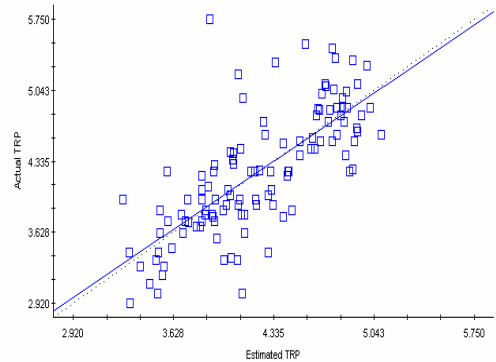
شکل شماره (۲۰): نمودار اعتبار سنجی متقابل به روش کریگیدن



شکل شماره (۱۸): خط رگرسیون بین  $THA$  و  $TRP$



شکل شماره (۲۱): نمودار اعتبار سنجی متقابل به روش عکس فاصله موزون



شکل شماره (۱۹): نمودار اعتبار سنجی متقابل به روش هم کریگیدن

Matheron, G. 1963. Principles of eostatistics. Economic Geology.

Pardo-Iguzquiza, E.1998. Comparison of Geostatistical Methods for Estimating the Arial Average Climatological Rainfall Mean using Data on precipitation and topography, Int. J. Climatology, V18, P. 1031-1047.

Stone, .M.1974. Cross-Validity Choice and Assessment of Statistical Predictions. Journal of the Royal Statistical Society B, 36, 111-133.

Wackernagel, H.1998. Multivariate eostatistics, 2<sup>nd</sup> edn, Berlin, Sprin

### یادداشتها

- 1-Geostatistics
- 2-Kriging
- 3-Co-Kriging
- 4-Inverse-Distance Weighted
- 5-Thissen Polygon
- 6-Explorating Data Analysis
- 7-Isotropic
- 8-Box-Cox Transformation
- 9-Shapiro-Wilk Statistic
- 10-Variogram Cloud
- 11-Cross-Variogram
- 12-Cross-Validation

### منابع مورد استفاده

رکن الساداتی، س. م، مشکانی، م. ر. ۱۳۷۸. تحلیل فضایی در اقلیم شناسی، پایان نامه کارشناسی ارشد دانشگاه شهید بهشتی

Cressie, A.C.1993. Statistics for Spatial Data, rev. Edn John Wily and Sons. Inc.

Geiser, S.1975. The Prediction Sample Reuse method with applications. Journal of the American statistical Association, 70, 320-328.

Madansky, A. 1988. Prescriptions for Working Statistions, Springer-Verlag.